

岩体复合型裂纹的扩展规律^{*}

I. 无水作用条件下

汤连生, 张鹏程, 王 洋

(中山大学地球科学系 // 岩土工程研究所, 广东 广州 510275)

摘 要: 基于最大周向正应力理论, 研究并给出了无水作用的复合型裂纹在不同应力状态下扩展的临界应力强度因子和扩展方向角。结果表明, ① I 型裂纹将沿裂纹面延伸方向扩展而無分支裂纹, II 型裂纹沿与原裂纹面成 70.5° 延伸方向扩展; ② 单轴拉伸应力状态下裂纹面有逐渐向垂直于荷载方向上扩展, 而单轴压缩应力状态下裂纹面有逐渐平行于荷载方向上扩展; ③ 双轴应力状态下, 裂纹扩展方向不仅取决于原裂纹的倾角, 而且与所受应力状态及 σ_3/σ_1 有关。

关键词: 岩体; 裂纹; 扩展; 应力强度因子

中图分类号: TU451 **文献标识码:** A **文章编号:** 0529-6579 (2002) 06-0083-04

岩体中的裂纹多为处于多组应力场中的复合型裂纹(图1)。在求解环境因素作用下岩体的断裂韧度时, 一项重要的任务是确定裂纹初始扩展方向^[1-3]。从宏观连续介质力学的观点, 研究复合型裂纹的脆性断裂理论, 一般可归结为应力参数法(最大拉应力理论)和能量法两种主要方法³。本文研究从最大周向正应力理论出发, 详细地探讨了复合裂纹无水作用下的扩展破坏规律。

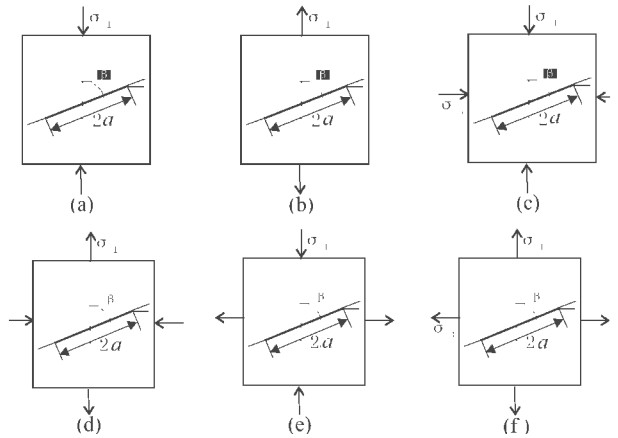


图1 不同应力作用下岩体裂隙扩展

Fig 1 Propagation of complex cracks under different stress

1 应力强度因子与扩展角的关系方程

Sih^[4]用玻璃树脂进行了I、II型复合裂纹的实验, 由此提出了最大拉应力理论。该理论建立在

这两个假设基础上: 一是裂纹的初始扩展方向将是周向正应力的最大值方向; 二是沿这个方向上的应力强度因子达到临界值时裂纹将开始扩展。

I、II型复合裂纹的周向正应力 $\sigma_{\theta I}$ 、 $\sigma_{\theta II}$ 相加有^[4]:

$$\sigma_{\theta} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\gamma} \left[K_I \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{3}{2} K_{II} \sin \theta \right] \quad (1)$$

式中, σ_{θ} 为周向正应力; K_I 、 K_{II} 分别为I型裂纹和II型裂纹的应力强度因子; 其它符号同文献^[4]。

根据最大拉应力理论, 裂纹扩展方向就是 σ_{θ} 取最大值时所对应的 θ 方向。要求其最大值, 上式必须满足以下条件^[4]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{\theta}}{\partial \theta} &= 0 \\ \frac{\partial^2 \sigma_{\theta}}{\partial \theta^2} &< 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

解式(2)得:

$$K_I \sin \theta + K_{II} (3 \cos \theta - 1) = 0 \quad (3)$$

根据(3)式对如下情形进行分析。

2 I型和II型裂纹

2.1 I型裂纹扩展

$K_I = \sigma (\pi a)^{1/2} \neq 0$, $K_{II} = 0$, 代入上式得 $\theta_0 = 0$ 及 $\theta_0 = \pi$ 。 $\theta_0 = 0$, 对应于裂纹的扩展; $\theta_0 = \pi$, 对应于裂纹的闭合。这证明I型裂纹将沿裂纹面延伸而無分支裂纹。此时, $K_I = K_{Ic}$ 。

* 收稿日期: 2002-05-15

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50279056, 59779019); 广东省自然科学基金资助项目(970127)

作者简介: 汤连生(1963年生), 男, 博士, 副教授, E-mail: eestls@zsu.edu.cn

2.2 II型裂纹扩展

$K_{II} = \tau (\pi \alpha)^{1/2} \neq 0, K_I = 0$, 代入式 (3) 得 $\theta_0 = \pm 70.5^\circ$ 。这表明 II 型裂纹不沿裂纹面延伸方向扩展, 而与原裂纹面成 70.5° 夹角。

3 单向应力状态下的裂纹

3.1 单轴拉伸的斜裂纹扩展

如图 1 (b) 所示, 此时裂纹尖端的 I、II 型应力强度因子为:

$$\left. \begin{aligned} K_I &= \sigma \sqrt{\pi \alpha} \sin^2 \beta \\ K_{II} &= \sigma \sqrt{\pi \alpha} \sin \beta \cos \beta \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

将 K_I 、 K_{II} 代入式 (3) 得裂纹扩展角 θ_0 满足:

$$\frac{1 - 3 \cos \theta_0}{\sin \theta_0} = \tan \beta \quad (5)$$

图 2 表示了裂纹扩展角 θ_0 与裂纹倾角 β 关系。从图可见, 单向拉伸条件下, θ_0 随 β 增大而减小, 即裂纹有逐渐向垂直于荷载方向扩展的趋势。两种极端情况: 当 β 为 0 时, 裂纹简化为 II 型裂纹, θ_0 为 70.5° ; 当 β 为 90° 时, 简化为 I 型裂纹, θ_0 为 0° 。

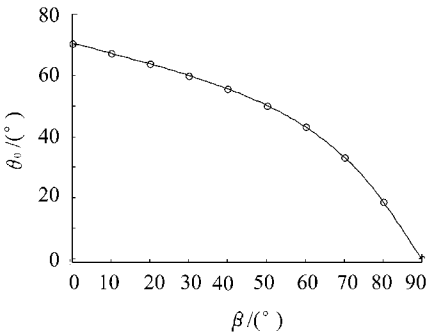


图 2 单轴拉伸或压缩下斜裂纹的扩展
Fig. 2 Propagation orientation of declined cracks in rocks under simple extension or compression

3.2 单轴压缩的斜裂纹扩展

图 1 (a) 所示, 裂纹尖端的 I、II 型应力强度因子为:

$$\left. \begin{aligned} K_I &= -\sigma \sqrt{\pi \alpha} \sin^2 \beta \\ K_{II} &= \sigma \sqrt{\pi \alpha} \sin \beta \cos \beta \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

第一式右边前的负号表示在单轴压缩荷载的作用下, 在沿裂纹的方向上不引起裂纹的张开, 而是使裂纹的闭合, 即压应力对裂纹的扩展起遏止作用。将 K_I 、 K_{II} 代入式 (3) 中, 得 θ_0 满足下式:

$$\frac{3 \cos \theta_0 - 1}{\sin \theta_0} = \tan \beta \quad (7)$$

该情形的 θ_0 与 β 的关系曲线与单轴拉伸情形的 θ_0 与 β 的关系曲线对称于图 2 的横坐标轴, 但单轴压

缩下的裂纹向平行于荷载的方向上扩展。

4 双向应力状态下的裂纹

4.1 双轴压缩下的斜裂纹扩展

如图 1 (c) 所示, 裂纹面所受正应力、剪应力为:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_N &= \frac{1}{2} [(\sigma_1 + \sigma_3) - (\sigma_1 - \sigma_3) \cos 2\beta] \\ \sigma_T &= \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) \sin 2\beta \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

相应的裂纹尖端的 I、II 型应力强度因子为:

$$\left. \begin{aligned} K_I &= -\frac{\sqrt{\pi \alpha}}{2} [(\sigma_1 + \sigma_3) - (\sigma_1 - \sigma_3) \cos 2\beta] \\ K_{II} &= \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) \sin 2\beta \sqrt{\pi \alpha} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

将 K_I 、 K_{II} 代入式 (3) 中得扩展角 θ_0 满足下式:

$$\frac{3 \cos \theta - 1}{\sin \theta} = \frac{(\sigma_1 + \sigma_3) - (\sigma_1 - \sigma_3) \cos 2\beta}{(\sigma_1 - \sigma_3) \sin 2\beta} \quad (10)$$

从上式可看出, 双向压缩荷载作用下的斜裂纹的扩展角 θ , 不仅取决于原裂纹的倾角 β , 而且与所受应力状态有关。从图 3 (a) 可看出: 相同的 σ_3/σ_1 , 随 β 的增大, 扩展角 θ 先增大后减小, 曲线转折点大致在 $50^\circ \sim 60^\circ$ 附近; 相同的 β , θ 随 σ_3/σ_1 的增大而减小。

4.2 最大主应力轴拉伸, 最小主应力轴压缩下的斜裂纹扩展

图 1 (d) 所示, 裂纹面所受正应力、剪应力为:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_N &= \frac{1}{2} [(-\sigma_1 + \sigma_3) - (\sigma_1 - \sigma_3) \cos 2\beta] \\ \sigma_T &= \frac{1}{2} (-\sigma_1 - \sigma_3) \sin 2\beta \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

相应的裂纹尖端的 I、II 型应力强度因子为:

$$\left. \begin{aligned} K_I &= -\frac{\sqrt{\pi \alpha}}{2} [(-\sigma_1 + \sigma_3) - (-\sigma_1 - \sigma_3) \cos 2\beta] \\ K_{II} &= \frac{1}{2} (-\sigma_1 - \sigma_3) \sin 2\beta \sqrt{\pi \alpha} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

将 K_I 、 K_{II} 代入式 (3) 得扩展角 θ_0 满足下式:

$$\frac{3 \cos \theta - 1}{\sin \theta} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_1 + \sigma_3) \cos 2\beta}{(\sigma_1 + \sigma_3) \sin 2\beta} \quad (13)$$

从上式可看出, 扩展角同样取决于原裂纹的倾角和所受的应力状态。从图 3 (b) 可看出, 相同的 σ_3/σ_1 , 随着 β 的增大, θ 的变化规律分两种情况: 当 $\sigma_3/\sigma_1 \leq 0.2$ 时, θ 先减小后增大, 转折点大致在 60° 附近; 当 $\sigma_3/\sigma_1 > 0.2$ 时, θ 先增大接着减小而后又增大, 曲线转折点大致在 $50^\circ \sim 60^\circ$ 附近;

相同的 β , θ 随着 σ_3/σ_1 的增大而增大。

对比图 3 (a) 和图 3 (b) 可知, 不同的应力状态对复合裂纹扩展的影响是不同的。

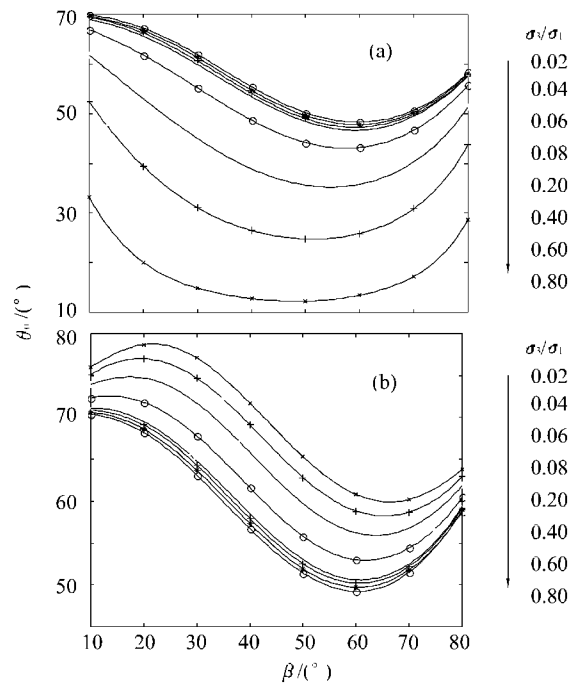


图 3 无水压力作用时不同应力状态斜裂纹的扩展规律
Fig. 3 Propagation orientation of clined cracks in rocks under different external stress without water pressure

4.3 最大主应力轴压缩, 最小主应力轴拉伸下的斜裂纹扩展

如图 1 (e) 所示, 裂纹面所受正应力、剪应力为:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_N &= \frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_1 + \sigma_3) \cos 2\beta] \\ \sigma_T &= \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) \sin 2\beta \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

相应的裂纹尖端的 I、II 型应力强度因子为:

$$\left. \begin{aligned} K_I &= -\frac{\sqrt{\pi a}}{2}[(\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_1 + \sigma_3) \cos 2\beta] \\ K_{II} &= \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) \sin 2\beta \sqrt{\pi a} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

将 K_I 、 K_{II} 代入式 (3) 中得扩展角 θ_0 满足下式:

$$\frac{3 \cos \theta - 1}{\sin \theta} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_1 + \sigma_3) \cos 2\beta}{(\sigma_1 + \sigma_3) \sin 2\beta} \quad (16)$$

θ_0 随 β 及 σ_1 、 σ_3 变化的关系与情形 4.2 一样。

4.4 双轴拉伸下的斜裂纹扩展

如图 1 (f) 所示, 此时裂纹面所受正应力、剪应力为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_N &= \frac{1}{2}[(-\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_1 + \sigma_3) \cos 2\beta] \\ \sigma_T &= \frac{1}{2}(-\sigma_1 + \sigma_3) \sin 2\beta \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

相应的裂纹尖端的 I、II 型应力强度因子为:

$$\left. \begin{aligned} K_I &= -\frac{\sqrt{\pi a}}{2}[(-\sigma_1 - \sigma_3) - (-\sigma_1 + \sigma_3) \cos 2\beta] \\ K_{II} &= \frac{1}{2}(-\sigma_1 + \sigma_3) \sin 2\beta \sqrt{\pi a} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

将 K_I 、 K_{II} 代入式 (3) 中, 得式 (19), 其扩展规律与上述双轴压缩状态相同。

$$\frac{3 \cos \theta - 1}{\sin \theta} = \frac{(\sigma_1 + \sigma_3) - (\sigma_1 - \sigma_3) \cos 2\beta}{(\sigma_1 - \sigma_3) \sin 2\beta} \quad (19)$$

5 结 论

(1) I 型裂纹将裂纹面延伸而无分支裂纹, II 型裂纹不沿裂纹面延伸方向扩展, 而与原裂纹面成 70.5° ;

(2) 单轴拉伸应力状态下裂纹面有逐渐向垂直于荷载方向上扩展, 而单轴压缩应力状态下裂纹面有逐渐平行于荷动方向上扩展;

(3) 双轴应力状态下, 裂纹扩展方向不仅取决于原裂纹的倾角, 而且与所受应力状态及 σ_3/σ_1 有关。

参考文献:

[1] 汤连生, 王思敬. 水-岩化学作用对岩体变形破坏力学效应研究进展[J]. 地球科学进展, 1999, 14(5): 433-439.
[2] SHIH G C. A special theory of crack propagation //SHIH G C. Mechanics of fracture, Volume 1: Methods of analysis and solutions of crack problems[M]. Leyden: Noordhoff International Publishing, 1973.
[3] 唐辉明, 晏同珍. 岩体断裂力学理论与工程应用[M]. 武汉: 中国地质大学出版社, 1993.
[4] 库贵华, 张少雄. 断裂力学教程[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 1994.

(下转第 90 页)

[10] 吴克俭, 宋金宝, 孙孚. 海浪外观谱及其平衡域[J] . 海洋学报, 1998, 20(1) : 21—24.

[11] 陈 . 分形几何与地球科学(续 5)[J] . 华南地震, 1995, 15(4) : 83—87.

[12] 陈子 , 欧素英, 戴志军, 等. 岬间海湾滨面带波浪结构和外观统计特征[J] . 海洋通报, 2001, 20(3) : 1—7.

Statistical Analysis and Comparison on Wave Properties in a Beach surf Zone

CHEN Zi shen , LI Zhi qiang, LI Zhi tong, CAO Jian rong

(Institute of Estuarine and Coastal Studies, Sun Yat sen(Zhongshan) University, Guangzhou 510275, China)

Abstract: The characteristics including wave spectral shapes, significant wave heights, spectral peak periods, significant wave steeps, wave groupiness factors, surf spectral equilibrium ranges and infragravity waves were computed using the data of wave pressure measured at two stations in a beach surf zone under the typhoon impact and processing the data in frequency domain. The wave properties were compared and analyzed between two stations.

Key words: surf zone; surf spectra; wave properties; infragravity waves

(上接第 85 页)

Propagation of the Complex Cracks in Rocks Without Water Pressure

TANG Lian sheng¹, ZHANG Peng chen², WANG Yang¹

(1. Department of Earth Sciences, Sun Yat sen(Zhongshan) University, Guangzhou 510275, China;
2. Guangzhou Urban Plan and Reconnaissance and Design Research Institute, Guangzhou 510060, China)

Abstract: The theory of maximum surrounding primary stress is applied to the study of the stress intensity factor and the propagation orientation of the complex cracks in rocks under different external stress, considering the effect of chemical damage and water pressure. It is revealed that Mode I crack propagates along this crack surface and has not branches of the crack, while the propagation orientation of Mode II crack is angled 70. 5° to the crack. The crack under simple extension propagates along the vertical plane of the orientation of the crack, and the crack under simple compression propagates gradually along the orientation of the crack. The propagation orientation of the crack under twin stress depends not only on the crack angle, but also on the external stress and σ_3/σ_1 .

Key words: rocks; crack; propagation; stress intensity factor